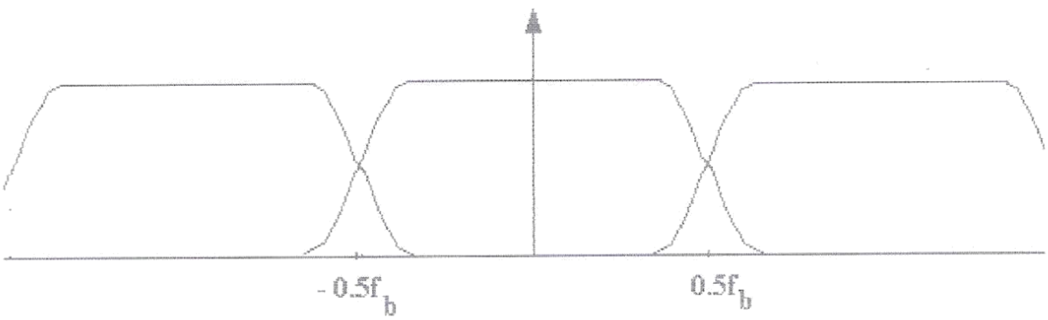
Esto implica que al sumar todas las repeticiones de P(f) cada f_b estas deben sumar una

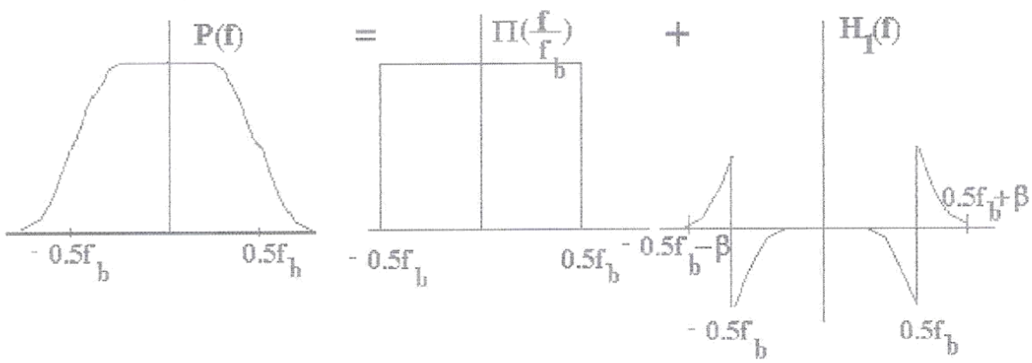
$$p(t)\sum \delta(t-kt_b) = p(0)\delta(t) = \delta(t)$$

$$P(f) * \frac{1}{t_b}\sum \delta(f-nf_b) = \frac{1}{t_b}\sum P(f-nf_b) = 1$$

constante



Esto recuerda VSB y efectivamente a este tipo de filtros se les llama filtros vestigiales. Para analizar matemáticamente el efecto, conviene descomponer P(f) en dos componentes como sigue



$H_1(f)$ tiene simetría alrededor de $0.5t_b$

$$P(f) = \prod\left(\frac{f}{f_b}\right) + H_1(f)$$

$$p(t) = \frac{1}{t_b}\mathrm{Sinc}\frac{t}{t_b} + h_1(t)$$

Como se ve el Sinc se anula cada $t = n\ t_b$ excepto en $t=0$ que vale 1.

Veamos el análisis de $h_1(t)$ por separado

Observe que H_1 (f) es simétrica y par, por lo tanto:

$$h_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H_1(f)e^{j\omega t}df = 2\int_{0}^{\infty} H_1(f)Cos\omega t\,df$$

$$h_1(t) = 2\int_{0.5f_b-\beta}^{0.5f_b} H_1(f)Cos\omega t\,df + 2\int_{0.5f_b}^{0.5f_b+\beta} H_1(f)Cos\omega t\,df$$

En la primera integral hacemos el siguiente cambio de variable: $f=0.5f_b-x$

En la segunda integral $f=0.5f_b+x$. Queda entonces

$$h_1(t) = 2\int_{0}^{\beta} H_1(0.5f_b - x)Cos2\pi(0.5f_b - x)t\,dx + 2\int_{0}^{\beta} H_1(0.5f_b + x)Cos2\pi(0.5f_b + x)t\,dx$$

$$H_1(0.5f_b + x) = -H_1(0.5f_b - x)$$

$$h_1(t) = 2\int_{0}^{\beta} H_1(0.5f_b + x)[Cos2\pi(0.5f_b + x)t - Cos2\pi(0.5f_b - x)t]dx$$

$$h_1(t) = -4\int_{0}^{\beta} H_1(0.5f_b + x)[Sen(2\pi 0.5f_b t)\,Sen(2\pi x t)]dx =$$

$$h_1(t) = -4Sen(2\pi 0.5f_b t)\int_{0}^{\beta} H_1(0.5f_b + x)\,Sen(2\pi x t)dx =$$

Observe que el termino sinusoidal fuera de la integral se anula en cada nt_b. Por lo tanto, como

$$p(t) = \frac{1}{t_b}Sinc\frac{t}{t_b} + h_1(t)$$

Y esto vale cero para todo $t= nt_b$ y toma el valor de $1/t_b$ para $t=0$ y esto sin duda evita la interferencia inter simbólica.

Un ejemplo de un pulso realizable que presenta simetría vestigial es el siguiente:

$$p(t) = \begin{cases} 1 & \text{para} |f| \le 0.5f_b - \beta \\ 0.5[1 - Sen\dfrac{\pi(|f| - 0.5f_b)}{2\beta}] & \text{el resto} \\ 0 & \text{para} |f| \ge 0.5f_b + \beta \end{cases}$$

Segundo Criterio de Nyquist.

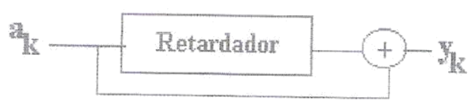
Buscando eliminar la ISI y además disminuir el ancho de banda, se define el segundo criterio de Nyquist. Este criterio se basa en definir los pulsos de manera que exista interferencia controlada entre un bit y sus vecinos mas cercanos. Conociendo la ley de interferencia uno puede detectar cada bit en el receptor. Lo que va a ocurrir es que la señal va a ocupar menos ancho de banda pero consumira mas potencia.

Por ejemplo, si en vez de enviar la secuencia de bits originales que llamaremos a_k, se envia $y_k = a_k + a_{k-1}$

Esto se le denomina señalamiento duobinario ya que en el mismo ancho de banda se puede transmitir el doble de bits que antes. Veamos su efecto:

Bit Original	0	1	0	1	0	0	1	1
a_k	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1
y_k		0	0	0	0	-2	0	2
$a_k = y_k - a_{k-1}$		1	-1	1	-1	-1	1	1

Generar la secuencia se logra muy fácilmente pasando la secuencia por un filtro pasabajo que limitará el ancho de banda. Este filtro se construye de la siguiente manera:



La respuesta en frecuencia de este sistema es la siguiente:

$$H(f) = (1 + e^{-j\omega t_b})$$

Esto se anula en $0.5f_b$.

En definitiva la secuencia y_k tendrá un menor ancho de banda que la original sufriendo menos el efecto del ancho de banda. En el receptor se puede rescatar la secuencia original usando la siguiente relación:

$y_k - a_{k-1} = a_k$

Determinación del Receptor Optimo